Colegio Secundario N°5051 Nuestra Señora de la Merced"
Materia: Matemática **Modalidad: Plataforma Institucional**
Curso: 4ª Año CO. **División: 1º,2ª,3ª,4º**
Turno: Mañana
Docentes: Caliva Marcelo, Guaymas Mónica
Contactos: maraguscaliva@hotmail.com
monicamarcela75g@gmail.com
Fecha de presentación: 08/06/20

TRABAJO PRÁCTICO

Temas:

- **Multiplicación y división de radicales**
- **Racionalización de denominadores**

En la multiplicación y división de radicales pueden presentarse dos casos: radicales con igual índice y radicales con distintos índices.

1) Radicales con igual índice. Sólo se asocia y se extrae factores cuando es posible.

Multiplicación

A) $\sqrt{5}.\sqrt{20} = \sqrt{5.20} = \sqrt{100} = 10$

B) $\sqrt{8}.\sqrt{2} = \sqrt{8.2} = \sqrt{16} = 4$

C) $\sqrt[3]{2x}.\sqrt[3]{3xy} = \sqrt[3]{6x^2y}$

D) $\sqrt[5]{2x^4}.\sqrt[5]{16x^3} = \sqrt[5]{2x^4.16x^3} = \sqrt[5]{32x^7} = \sqrt[5]{2^5x^5x^2} = \sqrt[5]{2^5x^5}.\sqrt[5]{x^2} = 2x\sqrt[5]{x^2}$

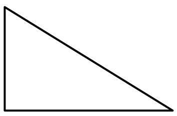
División

A) $\sqrt{72}:\sqrt{2} = \sqrt{72:2} = \sqrt{36} = 6$

B) $\sqrt[4]{9x^2z^3}:\sqrt[4]{3z^2} = \sqrt[4]{9x^2z^3:3z^2} = \sqrt[4]{3x^2z}$

Aplicación: Calcular el **área** de un triángulo rectángulo de base $\sqrt{8}$ y altura $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$



$\sqrt{8}$ cm

Área del triángulo

$$\frac{basexaltura}{2} = \frac{\sqrt{8}.\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Puedes ver el siguiente video: (igual índice)
https://www.youtube.com/watch?v=ioQNiIQKzfI
https://youtu.be/DL3ITENNgOY
https://youtu.be/awfaWBAAq8s

- Resolver y extraer factores cuando sea posible

a) $\sqrt[3]{2x^2y}.\sqrt[3]{7x^2y^2} =$

b) $\sqrt[5]{6x^3}:\sqrt[5]{2x} =$

2) Radicales con distintos índices. Se busca **común índice**, es decir, se buscan radicales equivalentes, mediante amplificación de radicales. Al final se extrae factores si es posible.

El Mínimo común múltiplo de los índices es 20, **MCM (2, 5, 4) = 20,** por lo tanto, amplificaremos los radicales de modo que todos tengan índice 20.

$$\sqrt{3}.\sqrt[5]{a^2}.\sqrt[4]{3a^3} =$$

$$\sqrt[2.10]{3^{1.10}}.\sqrt[5.4]{a^{2.4}}.\sqrt[4.5]{3^{1.5}a^{3.5}} =$$

$$\sqrt[20]{3^{10}}.\sqrt[20]{a^8}.\sqrt[20]{3^5a^{15}} =$$

$$\sqrt[20]{3^{10}.a^8.3^5.a^{15}} =$$

$$\sqrt[20]{3^{15}.a^{23}} =$$

$$\sqrt[20]{3^{15}.a^{20}.a^3} =$$

$$\sqrt[20]{a^{20}}.\sqrt[20]{3^{15}.a^3} = a\sqrt[20]{3^{15}a^3}$$

Para comprender un poquito más sobre multiplicación y división de distinto índice, te recomendamos ver los siguientes videos:

https://www.youtube.com/watch?v=Wbye36eSAoY
https://www.youtube.com/watch?v=5qSvW0RsIuk
https://youtu.be/NuXTtcGzgMM
https://youtu.be/NUbpsIBCU7c

- Busca **común índice**, resuelve y extrae factores cuando sea posible

a) $\sqrt[3]{ab^2}.\sqrt[5]{a^2b^3} =$ b) $\sqrt[4]{2x^3y^2}.\sqrt[5]{16x^2y}.\sqrt{x} =$ c) $\sqrt[5]{8a^4b^2} : \sqrt[3]{2a^2b} =$

RACIONALIZACION DE DENOMINADORES

Racionalizar es hacer que "desaparezca" la raíz del denominador.

1) Primer caso: El denominador hay una raíz cuadrada. Multiplicamos numerador y denominador por la misma raíz del denominador
Ejemplos

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{5\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3}$$

$$\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{5.3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{6\sqrt{15}}{3} = 2\sqrt{15}$$

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3.2}-1\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$$

Puedes ver los siguientes videos orientativos:

https://youtu.be/sQumFkL3RMk

https://youtu.be/ktw3Hw1-VTA

2) Segundo caso: En el denominador hay una raíz de índice mayor que 2
Buscamos convenientemente un factor para multiplicar numerador y denominador.
Ejemplos

$$\frac{8}{\sqrt[5]{6^2}}=\frac{8}{\sqrt[5]{6^2}}.\frac{\sqrt[5]{6^3}}{\sqrt[5]{6^3}}=\frac{8\sqrt[5]{6^3}}{\sqrt[5]{6^2.6^3}}=\frac{8\sqrt[5]{6^3}}{\sqrt[5]{6^5}}=\frac{8\sqrt[5]{6^3}}{6}=\frac{4\sqrt[5]{6^3}}{3}$$

$$\frac{9}{\sqrt[7]{x^2y^4z^6}}=\frac{9}{\sqrt[7]{x^2y^4z^6}}.\frac{\sqrt[7]{x^5y^3z^1}}{\sqrt[7]{x^5y^3z^1}}=\frac{9\sqrt[7]{x^5y^3z^1}}{\sqrt[7]{x^2y^4z^6.x^5y^3z^1}}=\frac{9\sqrt[7]{x^5y^3z^1}}{\sqrt[7]{x^7y^7z^7}}=\frac{9\sqrt[7]{x^5y^3z^1}}{xyz}$$

En el siguiente ejemplo se realiza una racionalización de denominador y en el denominador una multiplicación de radicales de distintos índices

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3^2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{3^2}}.\frac{\sqrt[3]{3^1}}{\sqrt[3]{3^1}}=\frac{\sqrt{3}.\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}}=\frac{\sqrt{3}.\sqrt[3]{3}}{3}=\frac{\sqrt[6]{3^3}.\sqrt[6]{3^2}}{3}=\frac{\sqrt[6]{3^5}}{3}$$

Puedes ver los siguientes videos:
https://youtu.be/KIkDxucKwi0
https://youtu.be/a2yRfaxBbTU
https://youtu.be/xcvpmfa5xWA (1° y 2° caso)

3) Tercer caso: El denominador es la suma o la diferencia de una o de dos raíces cuadradas
Se multiplican numerador y denominador por el conjugado del denominador. Aplicamos propiedad distributiva en el numerador y expresamos como diferencia de cuadrados el denominador.

$$\frac{2}{5+\sqrt{3}}=\frac{2}{(5+\sqrt{3})}.\frac{(5-\sqrt{3})}{(5-\sqrt{3})}=\frac{10-2\sqrt{3}}{5^2-\sqrt{3}^2}=\frac{10-2\sqrt{3}}{25-3}=\frac{10-2\sqrt{3}}{22}=\frac{10}{22}-\frac{2\sqrt{3}}{22}=\frac{5}{11}-\frac{\sqrt{3}}{11}$$

$$\frac{\sqrt{10}}{3+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{(3+\sqrt{2})}.\frac{(3-\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})}=\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{10}.\sqrt{2}}{3^2-\sqrt{2}^2}=\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{20}}{9-2}=\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{2^2.5}}{7}=\frac{3\sqrt{10}-2\sqrt{5}}{7}=\frac{3}{7}\sqrt{10}-\frac{2}{7}\sqrt{5}$$

$$\frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{5}-2}=\frac{(3+\sqrt{7})}{(\sqrt{5}-2)}.\frac{(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+2)}=\frac{3\sqrt{5}+6+\sqrt{7}.\sqrt{5}+2\sqrt{7}}{\sqrt{5}^2-2^2}=\frac{3\sqrt{5}+6+\sqrt{35}+2\sqrt{7}}{5-4}=3\sqrt{5}+6+\sqrt{35}+2\sqrt{7}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}.\frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})}=\frac{3\sqrt{12}-2\sqrt{18}}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}=\frac{3\sqrt{2^2.3}-2\sqrt{3^2.2}}{9\sqrt{2}^2-4\sqrt{3}^2}=\frac{6\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{6}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

Nuevamente te recomendamos ver los siguientes videos:
https://youtu.be/6ACzZyn99v8 (3° caso)

https://youtu.be/eGoiGnI0ZGw (3° caso)
https://www.youtube.com/watch?v=eisaAQebK2U (los 3 casos)

- Racionalizar las siguientes expresiones:

a) $\frac{2}{\sqrt{6}} =$ b) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}} =$ c) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} =$

d) $\frac{\sqrt[5]{4}}{\sqrt[7]{5^4 x^2}} =$ e) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}+\sqrt{6}} =$ f) $\frac{3}{\sqrt{5}-2} =$