Colegio N° 5051 "Ntra. Sra. de La Merced"

Área: Matemática **Año: 4º C.O** **División: Todas** **Turno**: **Mañana y Tarde**

"Planificación de Clases" **Modalidad:** Por Plataforma institucional

Docentes:

Marcelo Caliva (4º 1º y 4º 2º- TM) **Contacto**: **maraguscaliva@hotmail.com**

Mónica Guaymás (4º 3º y 4º 4º- TM) **Contacto**: **monicamarcela75g@gmail.com - (3874430893)**

Azucena Palacios (4º 2º y 4º 3º- TT) **Contacto**: **profpalaciosmatematica@gmail.com – (3874077226)**

Víctor Chocobar (4º 1º- TT) **Contacto**: **vchocobar5@gmail.com**

Trabajo Nº 4 **Tiempo**: 2 semanas

Tema: Números complejos: Concepto. Forma par y binómica. Representación de los números complejos en el plano. Módulo de un número complejo

Parte Teórica

El conjunto de los números complejos

La radicación de base negativa e índice par no tiene solución en el conjunto de los números reales, por ejemplo $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-25}$; $\sqrt[4]{-16}$, ya que no existe ningún número real que elevado a una potencia par de por resultado un número negativo.

Se define entonces un nuevo número, llamado **i**, cuyo cuadrado es igual a **-1**

$$i^2 = -1$$

Dicho número es la **unidad imaginaria** en el conjunto de los **números complejos**

$$i = \pm\sqrt{-1}$$

a) $\sqrt{-4} = \sqrt{4.(-1)} = \sqrt{4}\underbrace{\sqrt{-1}}_{i} = \pm 2i$ b) $\sqrt{-3} = \sqrt{3.(-1)} = \sqrt{3}\underbrace{\sqrt{-1}}_{i} = \pm\sqrt{3}i$

El conjunto de los números complejos se lo simboliza con la letra **C**. Los números complejos suelen designarse con la letra **z** y pueden expresarse de diferentes formas.

Forma binómica de un número complejo

Al número **a + bi** le llamamos número complejo en **forma binómica**, donde **a** es la **parte real** y **b** es la **parte imaginaria**.

z= a + bi

Parte real **Parte imaginaria**

Por ejemplo: $z = -5 + 8i$; $z = \frac{5}{7} - 9i$; $z = -\frac{1}{2} - \frac{2}{5}i$; $z = 14 + 6i$

- **Si b = 0,** el número complejo se reduce a uno real ya que **z= a + 0i = a.**

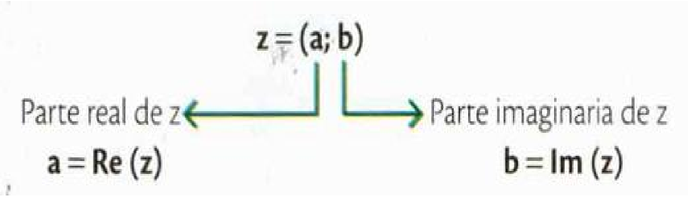
$$z = -5 + 0i = -5 \quad ; \qquad z = -\frac{6}{5} + 0i = -\frac{6}{5}$$

- **Si a = 0,** el número complejo se reduce a **bi** y se dice que es un número **imaginario puro.**

$$z = 0 - 13i = -13i \quad ; \qquad z = 0 + \frac{2}{3}i = \frac{2}{3}i$$

Forma par ordenado o cartesiana de un número complejo

Un número complejo z se puede definir como un par ordenado **(a;b).** Sus componentes a y b son números reales y reciben estos nombres



Por ejemplo: el número complejo $z = \left(-\frac{3}{4}\ ;\ \sqrt{5}\right)$, sus componentes son: $\boldsymbol{Re}(\boldsymbol{z}) = -\frac{3}{4}\ e\ \boldsymbol{Im}(\boldsymbol{z}) = \sqrt{5}$

Forma binómica	Forma par ordenado
$\boldsymbol{z = 11 - 8i}$	$\boldsymbol{z = (11\,, -8)}$
$\boldsymbol{z = -1 - 15i}$	$\boldsymbol{z = (-1\,, -15)}$
$\boldsymbol{z = \sqrt{3} + i}$	$\boldsymbol{z = (\sqrt{3}\,, 1)}$
$\boldsymbol{z = 11}$	$\boldsymbol{z = (11\,, 0)}$
$\boldsymbol{z = \frac{9}{5}i}$	$\boldsymbol{z = \left(0\,, \frac{9}{5}i\right)}$
$\boldsymbol{z = -3 - i}$	$\boldsymbol{z = (-3\,, -1)}$

Números complejos conjugados

Los números complejos $\boldsymbol{Z = a + bi}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{\bar{Z} = a - bi}$ se llaman **conjugados, tiene la misma parte real y cambia el signo de la parte imaginaria.** Se simboliza $\boldsymbol{\bar{Z}}$

Ejemplo: Z_1 = 4 **–** 5 i el conjugado es $\overline{Z_1}$= 4 **+** 5 i Z_2 = 8 **+** 10 i el conjugado es $\overline{Z_2}$= 8 **-** 10 i

Números complejos opuestos

Los números complejos $\boldsymbol{Z = a + bi}$ $\boldsymbol{y}$ $\boldsymbol{-Z = -a - bi}$ se llaman **opuestos, cambia el signo de la parte real y también el signo de la parte imaginaria. Se simboliza** $\boldsymbol{-Z}$

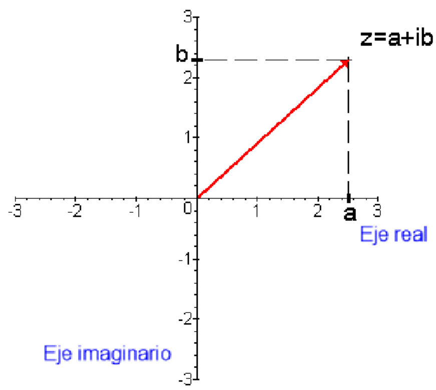
Ejemplo: $\boldsymbol{Z_3} = \boldsymbol{5} + \boldsymbol{7i} \rightarrow -\boldsymbol{Z_3} = \boldsymbol{-5} - \boldsymbol{7i}$ $\boldsymbol{Z_4} = \boldsymbol{-3} - \boldsymbol{i} \rightarrow -\boldsymbol{Z_4} = 3 + \boldsymbol{i}$

Representación gráfica de los números complejos

Para representar gráficamente un número complejo, debemos dibujarlos en el **plano complejo**. Éste está formado por un **eje real** y un **eje imaginario**. Sobre el eje real representaremos la parte real del número complejo, mientras que en el eje imaginario representaremos la parte imaginaria.

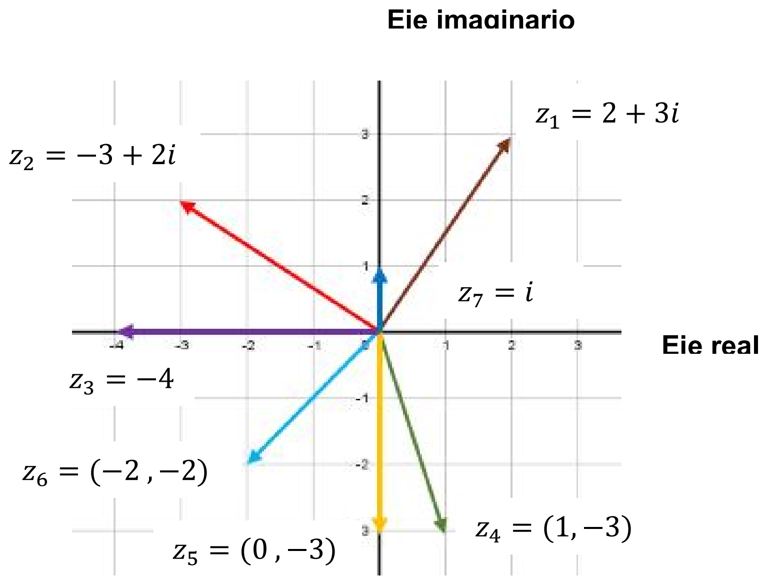
Así, para representar un z= a + bi se dibuja en el plano el vector asociado a z que es el vector con origen (0,0) y extremo el punto (a,b).

EL PLANO COMPLEJO



Por ejemplo: Podemos representar en el plano complejo los siguientes números complejos tanto en forma binómica como en forma de par ordenado

$z_1 = 2 + 3i$
$z_2 = -3 + 2i$
$z_3 = -4$
$z_4 = (1\,,-3)$
$z_5 = (0\,,-3)$
$z_6 = (-2\,,-2)$
$z_7 = 1\,i = i$



Módulo de un número complejo

Se llama módulo de un número complejo z= a+bi es la longitud del vector

El módulo se designa entre barras |z| y se calcula con el Teorema de Pitágoras

$$\boldsymbol{z = a + bi \implies |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\mathrm{z} = 2 + 3\mathrm{i} \implies |\mathrm{Z}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} = 3{,}6$$

$$\mathrm{z} = -6 - 2\mathrm{i} \implies |\mathrm{Z}| = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 6{,}32$$

$$\mathrm{z} = 7\mathrm{i} \implies |\mathrm{Z}| = \sqrt{0^2 + 7^2} = \sqrt{49} = 7$$

Parte Práctica

1) Expresar en **forma binómica** los siguientes números complejos.

a) z = (5 , -4) =

b) $z = \left(\frac{1}{2}, 3\right) =$

c) $z = (7, 2) =$

d) z= (5 , -4) =

e) z= $\left(-\frac{1}{6}, 0\right) =$

f) z= (0 , -3) =

g) z= $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{5}{7}\right) =$

h) z= (0 , $-\frac{1}{5}$) =

i) z = (-9 , 0) =

2) Expresar como **par ordenado** cada número complejo

a) z = $-1 - \frac{2}{5}i =$

b) z = 4 =

c) z = 3 – i

d) z = $\frac{1}{2}\ i =$

e) z = $-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} =$

f) z = 8 - $\frac{5}{6}\ i =$

3) Observar el ejemplo y completar el cuadro.

Forma Binómica	Par ordenado
4 + 2i	**(4,2)**
4i	
	(-5/3, 0)
-7	
	(-3,-4)
	(0, 5/4)
4-i	
6	
-5+3i	

4) Escribir el opuesto y el conjugado de cada número complejo.

Número complejo	Opuesto – Z	Conjugado $\bar{Z}$
Z= 5 + 4 i	-z=	$\bar{z} =$
Z= -2 - i	-z	$\bar{z} =$
Z=10 i	-z=	$\bar{z} =$
Z=-3 + 7 i	-z=	$\bar{z} =$
Z=8 – 12 i	-z=	$\bar{z} =$

5) Representar los siguientes números en el plano complejo.

a) $Z_1 = 4 + 6\,i$

b) $Z_2 = -4 + 3\,i$

c) $Z_3 = 7$

d) $Z_4 = -8\,i$

e) $Z_5 = 4\,i$

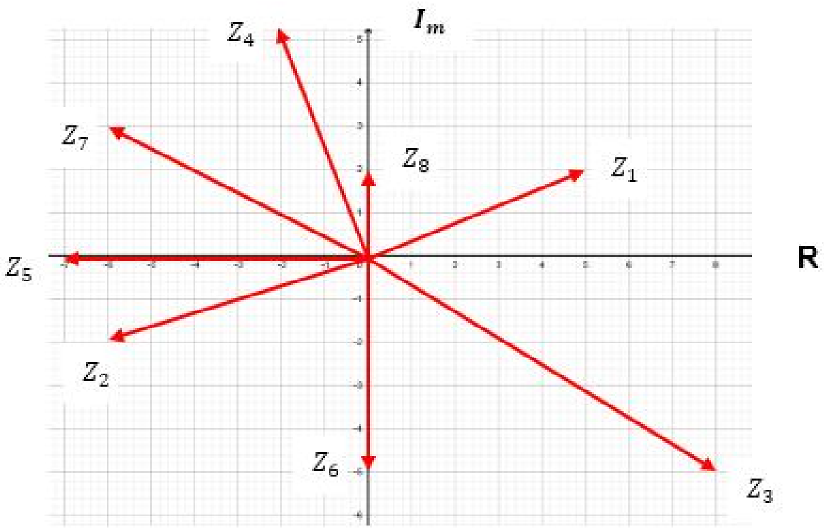
f) $Z_6 = -6$

g) $Z_7 = 4 - 3\,i$

h) $Z_8 = -2 - 5\,i$

6) Escribir en **forma binómica** los números complejos representados en el plano complejo.

$Z_1 =$
$Z_2 =$
$Z_3 =$
$Z_4 =$
$Z_5 =$
$Z_6 =$
$Z_7 =$
$Z_8 =$



7) Hallar el módulo de los siguientes números complejos.

a) $z_1 = 4 + 5i$ $|z| =$ ☐

b) $z_2 = (-1;2)$ $|z| =$ ☐

c) $z_2 = -6 + 8i$ $|z| =$ ☐

d) $z_3 = (0;6)$ $|z| =$ ☐

e) $z_4 = -2 + 3i$ $|z| =$ ☐

f) $z_4 = 3 + i$ $|z| =$ ☐