Colegio N° 5051 "Ntra. Sra. de La Merced"

Área: **Matemática** **Año: 4° C.O** **División: Todas** **Turno**: **Mañana y Tarde**

"Planificación de Clases" **Modalidad:** Por Plataforma institucional

Docentes:

Marcelo Caliva (4° 1° y 4° 2°- TM) **Contacto**: **maraguscaliva@hotmail.com**

Mónica Guaymás (4° 3° y 4° 4°- TM) **Contacto**: **monicamarcela75g@gmail.com - (3874430893)**

Azucena Palacios (4° 2° y 4° 3°- TT) **Contacto**: **profpalaciosmatematica@gmail.com – (3874077226)**

Víctor Chocobar (4° 1°- TT) **Contacto**: **vchocobar5@gmail.com**

Tiempo: 2 semanas

Temas: **Función exponencial y logarítmica. Logaritmo. Propiedades del logaritmo**

TEORÍA

Función Exponencial

Se llama función exponencial a la función de la forma:

$y=a^x$ donde a es una constante positiva distinta de 1 y X es la variable independiente.

La característica de esta función depende de la base o sea: que si a es mayor que 0, menor de 1

- **1ª Caso: Para a 〉 1**

Ejemplo:

$y = 3^x \longrightarrow 3 > 1$

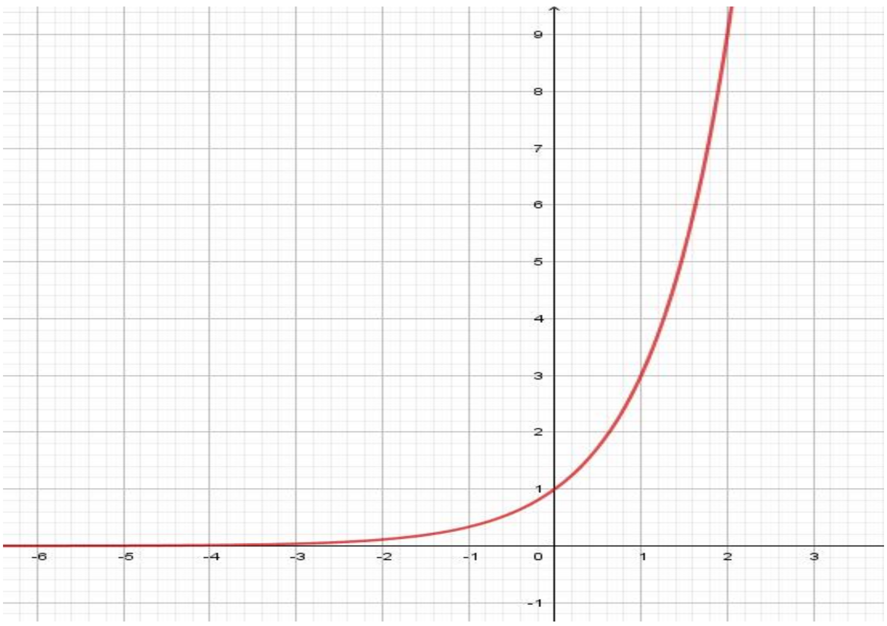
X	Y
0	1
1	3
2	9
-1	1/3
-2	1/9

Se le asigna valores a X, y se calcula los correspondientes valores de Y, se obtiene un cuadro de valores y luego se construye la grafica.

$y= 3^x$

$$y = 3^0 = 1$$
$$y = 3^1 = 3$$
$$y = 3^2 = 9$$
$$y = 3^{-1} = 1/3$$
$$y = 3^{-2} = 1/9$$

Decrece⇒ valores negativo de X
Crece ⇒ valores positivo de X
Haciéndose tangente al semieje negativo de las X



La curva conserva la misma forma y característica en que la base es mayor que 1.

Video explicativo sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=4U4Xd-bZXG8

- **2ª Caso: para a < 1**

Ejemplo:

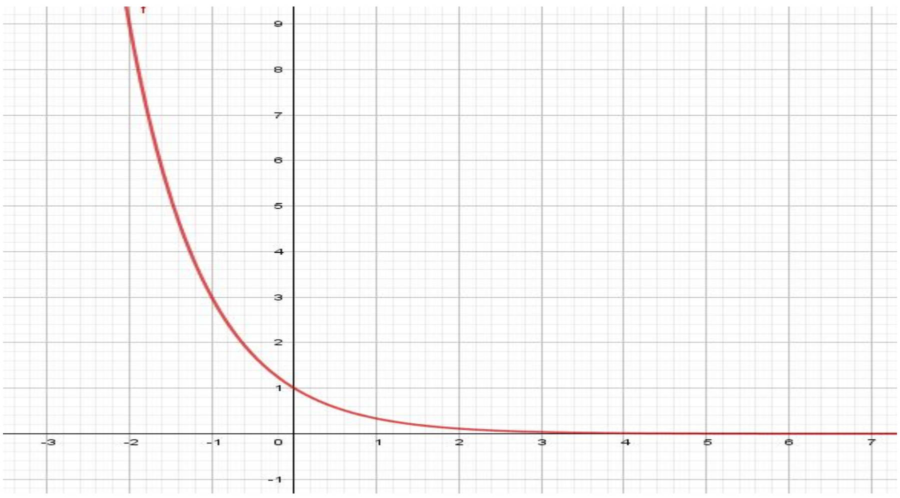
- **y = (1/3)^{X}** ⟶ **1/3 < 1**

y= (1/3)^{x}

X	Y
0	1
1	1/3
2	1/9
-1	3
-2	9

Decrece⇒ valores positivo de X
Crece ⇒ valores negativo de X
Haciéndose tangente al semieje positivo de las X

$$\boldsymbol{y = (1/3)^0 = 1}$$
$$\boldsymbol{y = (1/3)^1 = 1/3}$$
$$\boldsymbol{y = (1/3)^2 = 1/9}$$
$$\boldsymbol{y = (1/3)^{-1} = 3}$$
$$\boldsymbol{y = (1/3)^{-2} = 9}$$



La función exponencial, tanto para base mayor o menor que 1 es siempre positiva y nunca se anula.

Video explicativo sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=cyiw50JOxsI

Logaritmo

El logaritmo es inverso de la función exponencial.

Se escribe $\log_b a$ **Se lee logaritmo en base b del número a.**

Definición en forma simbólica

$$\boxed{\log_b a = X \Leftrightarrow b^x = a}$$

Se lee logaritmo en base b del numero a es igual a X si y solo si b elevado a la X es igual al número a.

Por ejemplo:

- $\log_2 2 = 1 \; porque \; 2^1 = 2$
- $\log_2 8 = 3 \; porque \; 2^3 = 8$
- $\log_3 27 = 3 \; porque \; 3^3 = 27$

Video explicativo sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=qJCkueTMKIY&pp=QAA%3D

Logaritmo Decimal

En la práctica, se utiliza generalmente los logaritmo de base 10, llamado por esta razón logaritmo decimal.

b=10 (no se escribe la base)

- $\log 10 = 1 \Leftrightarrow 10^1 = 10$
- $\log 1000 = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 1000$
- $\log(\frac{1}{100}) = -2 \Leftrightarrow 10^{-2} = 100$

Propiedades de los logaritmos

- 1ª) El logaritmo de 1 en cualquier base es cero. $\boxed{\log_b 1 = 0 \text{ porque } b^0 = 1}$

Ejemplo:

- $\log_9 1 = 0$
- $\log_{\sqrt{2}} 1 = 0$

- 2ª) El logaritmo de la base es 1 $\boxed{\log_b b = 1 \;\; porque \;\; b^1 = b}$

Ejemplo

- $\log_5 5 = 1$
- $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 1$

- 3ª) El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores.

$$\boxed{\log_b(r.s.p) = \log_b r + \log_b s + \log_b p}$$

Ejemplo

- $\log_2(4 \,.\, 2) = \log_2 4 + \log_2 2 = 2 + 1 = 3$

- 4ª) El logaritmo de un cociente es la diferencia de los logaritmos del dividendo y del divisor.

$$\boxed{\log_b\left(\frac{r}{s}\right) = \log_b r - \log_b s}$$

- $\log_4(64 : 16) = \log_4 64 - 16 = 3 - 2 = 1$

- 5ª) El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base de dicha potencia.

$$\boxed{\log_b a^n = \text{n} \,.\, \log_b a}$$

Ejemplo

- $\log_4 4^7 = 7.\log_4 4 = 7 \,.\, 1 = 7$

- 6ª) El logaritmo de una raíz de radicando positivo es igual al logaritmo del radicando dividido por el índice de la raíz.

$$\boxed{\log_b \sqrt[n]{a} = \frac{\log_b a}{n}}$$

Ejemplo

- $\log_2 \sqrt[5]{4} = \frac{\log_2 4}{5} = \frac{2}{5}$

Otro ejemplo. Calcular $\log_2\left(\frac{16^5 .\sqrt{2}}{\sqrt[4]{8}}\right) =$

$$\log_2(16^{\,5}.\sqrt{2}) - \log_2 \sqrt[4]{8} = \log_2 16^5 + \log_2\sqrt{2} - \log_2 \sqrt[4]{8} =$$

$$5 \,.\, \log_2 16 + \frac{\log_2 2}{2} - \frac{\log_2 8}{4} = 5 \,.\, 4 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$$

$$20 + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{80+2-3}{4} = \frac{79}{4}$$

Gráfica de logaritmo

La **función logarítmica** es la función inversa de la función exponencial, y es de la forma:

$$\boxed{\mathbf{y=\log_b x}}$$

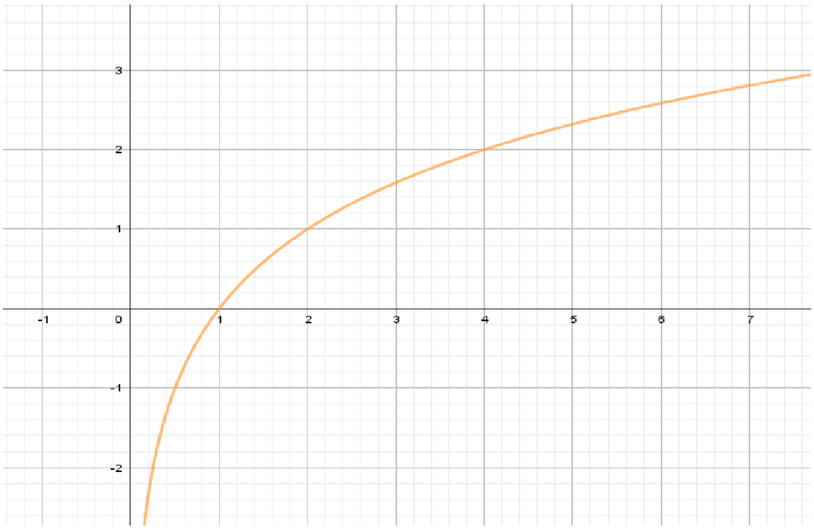
La característica de la función depende de la base (b), sea mayor o menor que 1

- **1ªcaso) b>1**

Ejemplo $y = \log_2 X$

x	y
1	$\log_2 1 = 0$
2	$\log_2 2 = 1$
4	$\log_2 4 = 2$

$^1/_2$	$\log_2 \frac{1}{2}$ = -1
$^1/_4$	$\log_2 \left(\frac{1}{4}\right)$ = - 2



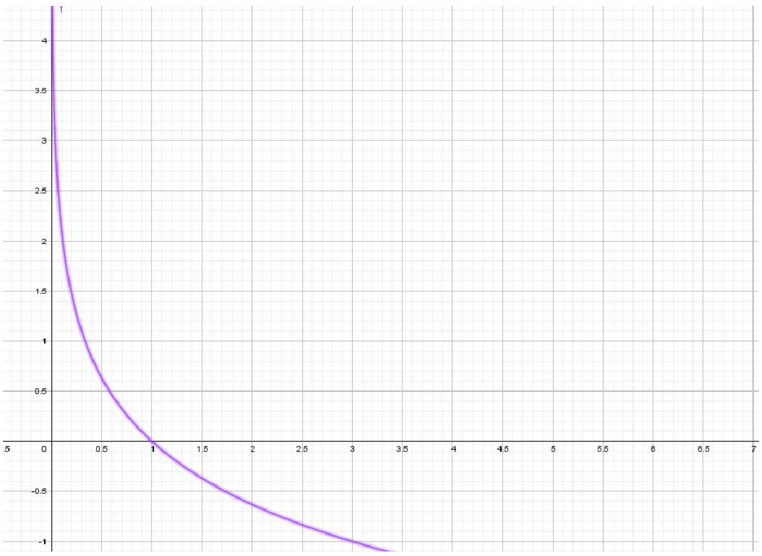
Video explicativo sugerido: https://www.youtube.com/watch?v=qrFi_c7uibo

Se observa que a medida que crecen los valores de x crece la función logarítmica y se observa también que para los valores de x menores que 1 la función toma valores negativos y la curva tiende a hacerse tangente al semieje negativo de la ordenada.

Estas consideraciones de la función logarítmica son válidas para todos los casos en que la base del logaritmo es mayor que la unidad.

- **2º caso) b es positiva pero menor que 1**

$y=\log_{\frac{1}{3}} x$



X	$\log_{\frac{1}{3}} X$
1	$\log_{\frac{1}{3}} 1$= 0
$^1/_3$	$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$ = 1
$^1/_9$	2
3	-1
9	-2

TRABAJO PRÁCTICO

1) **Representar gráficamente las siguientes funciones**

a) $y=4^x$
b) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$
c) $y=2^x + 2$
d) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$
e) $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$
f) $y=3^x - 2$

2) **Calcular aplicando la definición de logaritmo.**

a) $\log_2 16 =$
b) $\log_5 125 =$
c) $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) =$
d) $\log_6 \left(\frac{1}{36}\right) =$
e) $\log_{\sqrt{6}} 1 =$
f) $\log 100 + \log 10 - \log 100.000 =$
g) $\log \frac{1}{100} =$
h) $\log \frac{1}{10} + \log \frac{1}{1000} =$

3) **Aplicando las propiedades del logaritmo, calcular.**

a) $\log_2 (8.32) =$
b) $\log_3 \left(\frac{3}{27}\right) =$
c) $\log_3 9^{11} =$
d) $\log_5 \sqrt[3]{25} =$
e) $\log_4 \left(\frac{64}{16^4}\right) =$
f) $\log_2 \left(\frac{4^2 \,.\, \sqrt[3]{2}}{8}\right) =$
g) $\log_5 \left(\frac{\sqrt[4]{5}.\, 25^2}{\sqrt{125}}\right) =$

4) **Representar gráficamente las funciones**.

a) $y=\log_3 x$
b) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$
c) $y=\log_3 x - 2$