

Parte Teórica

Potenciación y Radicación

CONCEPTOS

Se llama **potencia** de **base a** y **exponente** el número natural **n** al resultado de multiplicar **n** veces el número **a** y se representa $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ (n veces)

Ejemplo 1: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$ $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Si el exponente es un número entero negativo la potencia se define $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Ejemplo 2: $6^{-2} = \frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{125}{27}$

Se llama **raíz n-ésima** de **a** al número **b** tal que $b^n = a$ y se representa $\sqrt[n]{a} = b$. Al número **n** se le llama **índice** de la raíz y al número **a** **radicando**.

Ejemplo 3:

$\sqrt[4]{625} = 5$ ya que $5^4 = 625$ $\sqrt{121} = 11$ ya que $11^2 = 121$ $\sqrt[3]{-0'001} = -0'1$ ya que $(-0'1)^3 = -0'001$

Si el exponente de una potencia es un número fraccionario, la potencia se define $a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p}$

Ejemplo 4: $2^{2/3} = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$ $25^{-1/2} = \frac{1}{25^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5}$

CONVENIO: $a^0 = 1$, cualquiera que sea el número real no nulo **a**.

Propiedades de la potenciación

- Potencia de exponente cero : $a^0 = 1$ por definición, siendo $a \neq 0$
- Potencia de exponente uno: $a^1 = a$
- Potencia de exponente negativo: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (siendo $a \neq 0$)
- Potencia de otra potencia: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- Producto de potencias de igual base: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- Cociente de potencias de igual base: $a^n : a^m = a^{n-m}$
- Distributiva respecto de la multiplicación: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- Distributiva respecto de la división: $(a : b)^n = a^n : b^n$
- Toda potencia de exponente fraccionario se puede expresar como raíz:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Propiedades de la Radicación

- La radicación puede expresarse como potencia de exponente fraccionario:

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

- Raíz de raíz: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

- Distributiva respecto de la multiplicación: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

- Distributiva respecto de la división: $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$

- Simplificación de índices: $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot r]{a^{m \cdot r}}$; Ej: $\sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5}$; $\sqrt[6]{8} = \sqrt[2]{2^3}$

- Eliminación del radical:

a) $\sqrt[n]{a^n} = a \Leftrightarrow n$ es impar Ej: $\sqrt[5]{2^5} = 2$; $\sqrt[7]{(-3)^7} = -3$

b) $\sqrt[n]{a^n} = |a| \Leftrightarrow n$ es par Ej: $\sqrt[4]{6^4} = |6| = 6$; $\sqrt[6]{(-2)^6} = |-2| = 2$

Parte práctica

- 1) Aplicar propiedades y resolver.

a) $(-4)^5 : (-4)^3 =$

b) $(-3)^3 \cdot (-3)^2 =$

c) $(-2)^4 \cdot (-2) =$

d) $(8^6)^2 : (8^3)^3 =$

e) $(2^3 \cdot 2^5)^7 : (2 \cdot 2^4)^{10} =$

f) $(3^4 \cdot 3)^8 : (3^2 \cdot 3^7)^4 =$

g) $(5^3 \cdot 5 \cdot 5^4)^4 : (5 \cdot 5^3)^7 =$

h) $(4^5 \cdot 4 \cdot 4^3)^6 : (4^4 \cdot 4)^{10} =$

- 2) Resolver aplicando la propiedad distributiva de la potenciación.

a) $(3 \cdot 2)^3 =$

b) $\{(-3) \cdot 2\}^3 =$

c) $\{(-3) \cdot (-2)\}^3 =$

d) $(8 : 4)^4 =$

e) $\{(-8) : 4\}^4 =$

f) $\{(-8) : (-4)\}^4 =$

- 3) Reducir a la mínima expresión utilizando propiedades.

a) $a^3 \cdot a^2 \cdot a =$

c) $(m^4 \cdot m)^2 =$

e) $(n^6)^2 : (n^2)^5 =$

b) $(b^6 \cdot b^5) : b^7 =$

d) $(s^3 \cdot s \cdot s^5)^3 =$

f) $(c^5 \cdot c)^3 : (c^2 \cdot c^2)^4 =$

4) Expresar las potencias como raíz

a) $8^{\frac{2}{3}} =$ b) $2^{\frac{2}{5}} =$ c) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{2}{3}} =$ d) $5^{\frac{4}{3}} =$ e) $y^{-\frac{5}{3}} =$ f) $(3m)^{\frac{1}{4}} =$

5) Simplificar los índices y los exponentes de las siguientes raíces y resolver.

$\sqrt{7^2} =$ $\sqrt[6]{8^2} =$ $\sqrt[4]{3^{12}} =$ $\sqrt[12]{81^3} =$
 $\sqrt{3^4} =$ $\sqrt[8]{16^2} =$ $\sqrt[4]{25^2} =$ $\sqrt[15]{27^5} =$

6) Aplicar la propiedad distributiva de la radicación y resolver.

1. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$ 4. $\sqrt{18} : \sqrt{2} =$
 2. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$ 5. $\sqrt{75} : \sqrt{3} =$
 3. $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{200} =$ 6. $\sqrt[4]{80} : \sqrt[4]{5} =$

7) Resolver aplicando propiedades de la radicación.

a) $\sqrt[3]{1000} : (-8) =$ c) $\sqrt{100 \cdot 16} =$ e) $\sqrt{144} : 9 =$
 b) $\sqrt{\sqrt{625}} =$ d) $\sqrt[3]{-64} : 8 =$ f) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

a) $\sqrt{2^3 \cdot 2^4 \cdot 2} =$	d) $\sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{5^2} =$
b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{5} =$	e) $\sqrt[3]{\sqrt{7^5 \cdot 7^6 \cdot 7}} =$
c) $\sqrt{\sqrt{3^{10}} : 3^2} =$	f) $\sqrt{\sqrt{2^7}} \cdot \sqrt[4]{2^5} =$