

UNIDAD Nº3: Algebra y Funciones

Para comenzar, recordemos conceptos propios de las funciones.

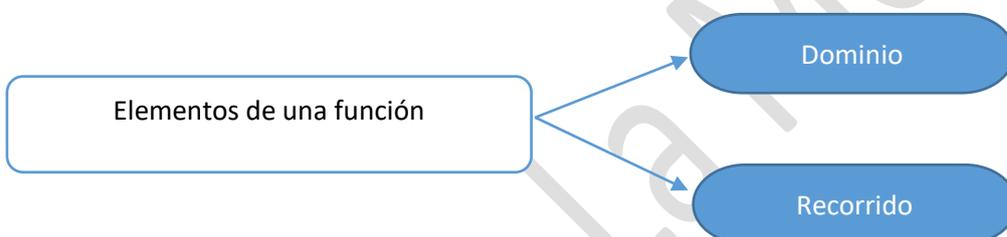
Función

Una función es una relación entre dos variables de manera que a cada valor de la primera, le corresponde un único valor en la segunda. A estas variables se les denominan:

- ✓ **Independiente:** Corresponde a la primera variable y se le suele asignar la letra x .
- ✓ **Dependiente:** Es la que se deduce de la variable independiente y se le suele designar con la letra y , o como $f(x)$.

Elementos de una función

Una función $f()$ está constituida por: El dominio y el recorrido.



Analizaremos cada uno de estos conceptos:

- Llamaremos **dominio** de la función y lo escribiremos $Dom f()$ al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.
- El conjunto formado por los valores que puede tomar la variable dependiente se denomina **recorrido** o **imagen** de la función y lo escribiremos $Rec f()$ o $Im f()$.
- Una función es una relación que asigna a cada elemento del dominio uno y solo un elemento del recorrido.

Ahora veamos que es una Función Afín

Función afín

La función afín, es toda función real de la forma $f(x) = mx + b$, en la que su variable es de primer grado, y donde **m** y **b** son constantes reales.

Ejemplo Nº1: Determinar si las siguientes funciones son funciones afines

$$y = 2x - 3$$

Si, con $m=2$ y $b=-3$

$$y = 5$$

Si, con $m=0$ y $b=5$

$$y = \frac{1}{x} \rightarrow x = x^{-1}$$

No, porque el exponente de x es distinto de 1

$$y = x^2$$

No, porque el exponente de x es distinto de 1

Ecuación Explícita de la recta

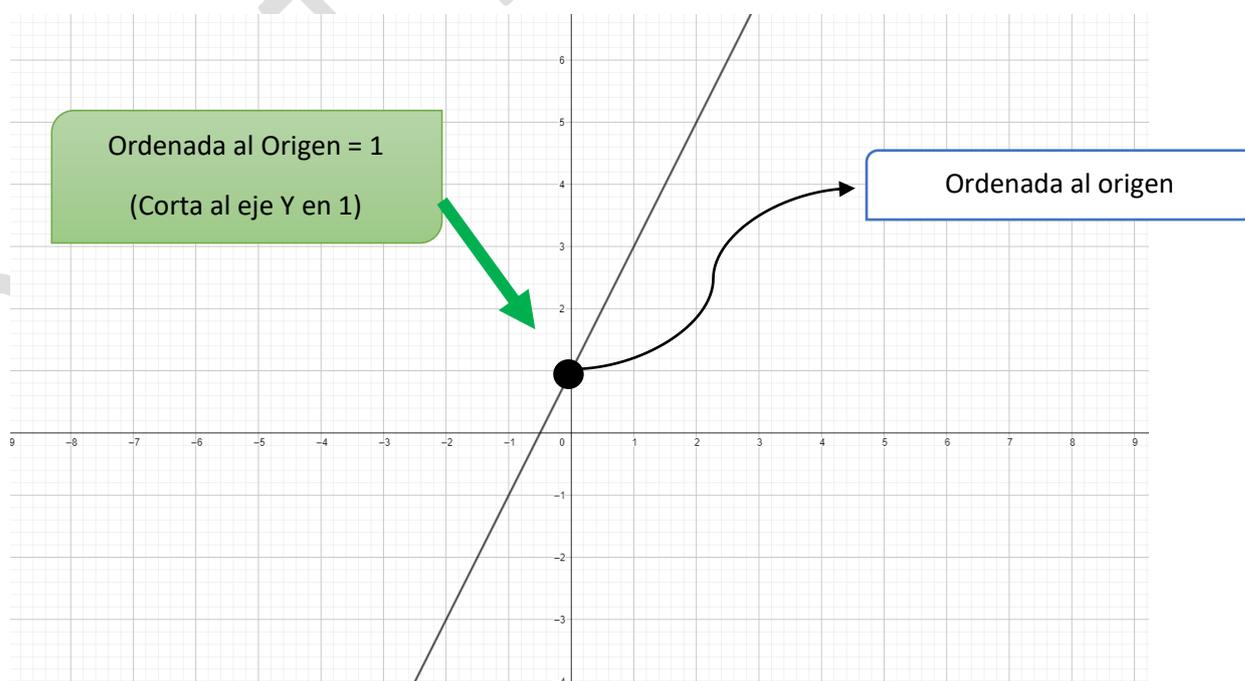
La ecuación $y = mx + n$ que hemos visto se denomina forma explícita de la ecuación de la recta, y nos permite hallar dicha ecuación cuando conocemos la pendiente y la ordenada en el origen.

$$f(x) = mx + b$$

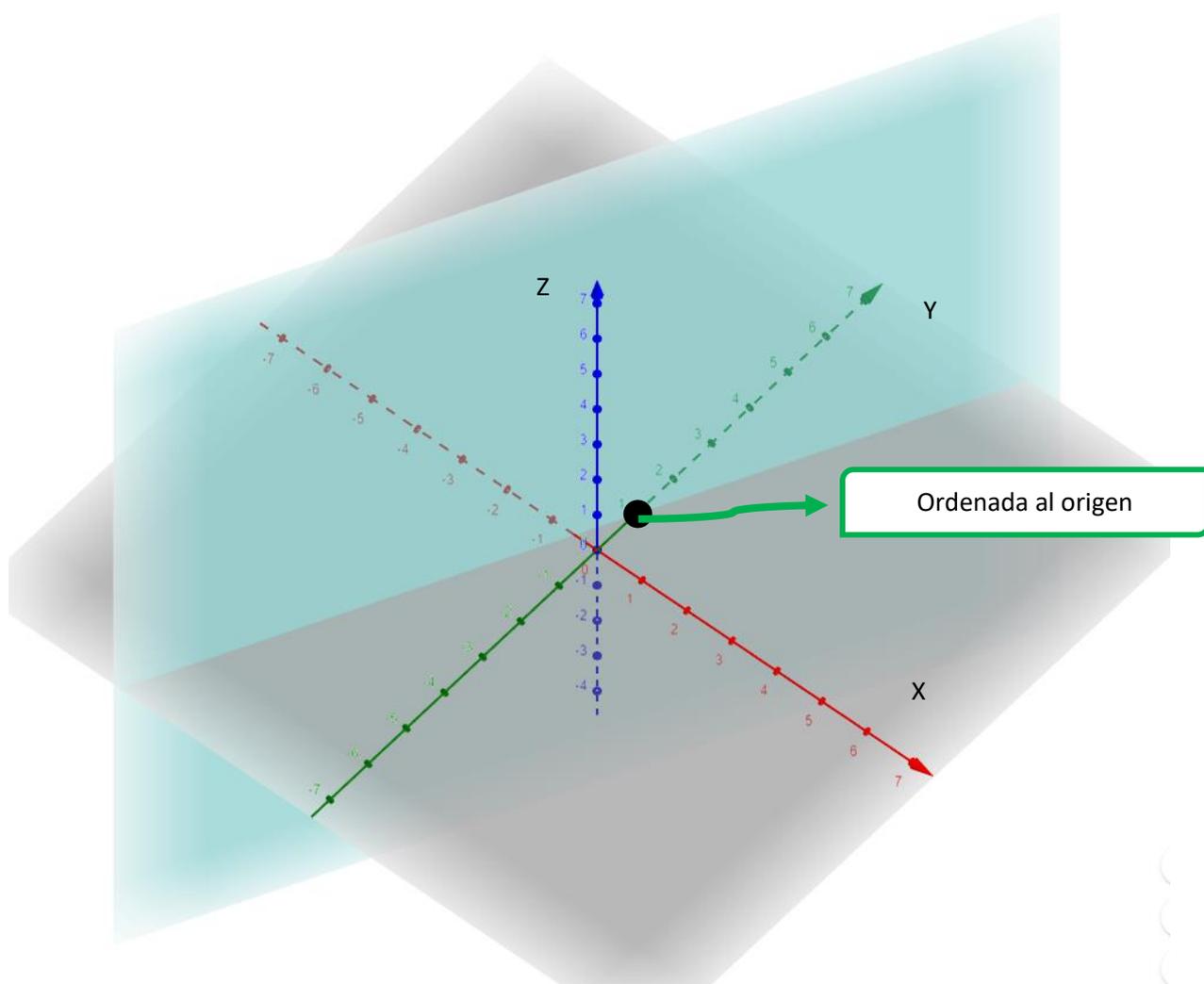
Pendiente Ordenada al Origen

La ordenada al origen: es el valor que toma "y" cuando " $x = 0$ " y este valor nos indica donde la recta corta al eje Y. (en la fórmula general $y = mx + b$ la expresamos como "b").

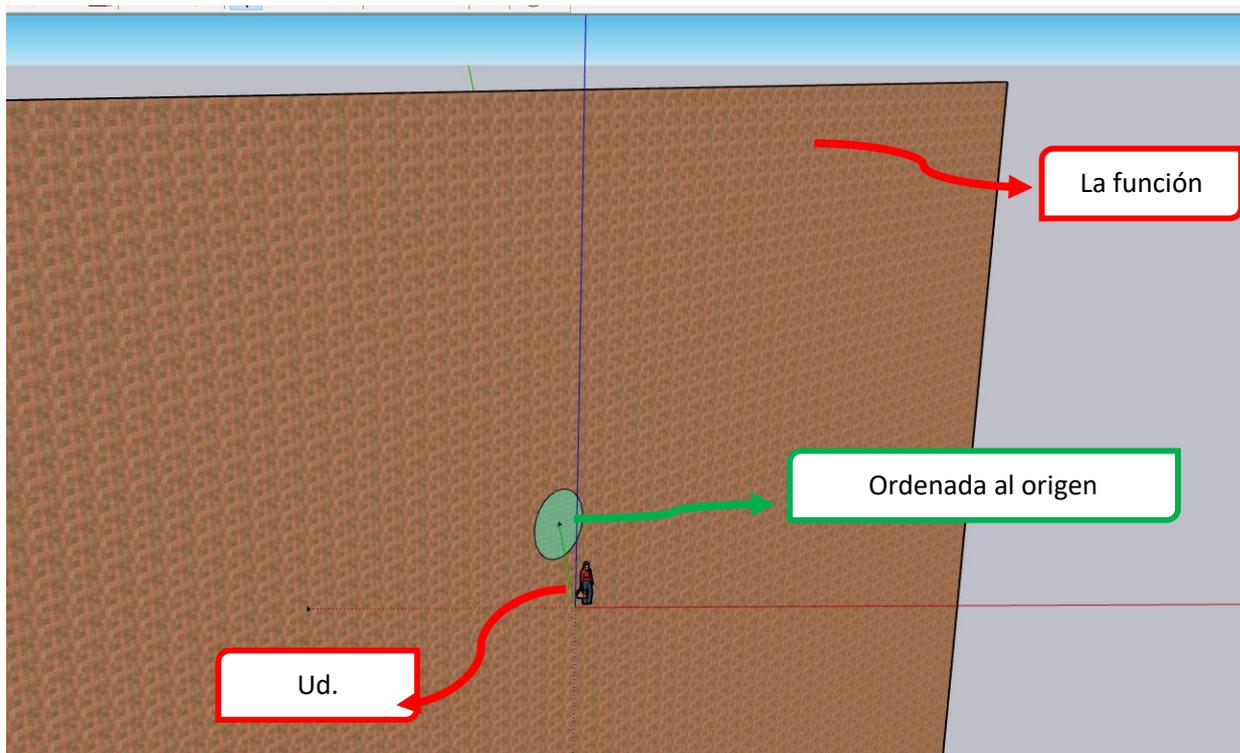
Ejemplo: $y = 2x + 1$



Esta misma recta la podemos ver en un formato tridimensional (3d, algo más cercano a como se vería una recta en nuestra realidad) y seguir viendo que nuestra recta, continúa cortando en 1 al eje de las Y.



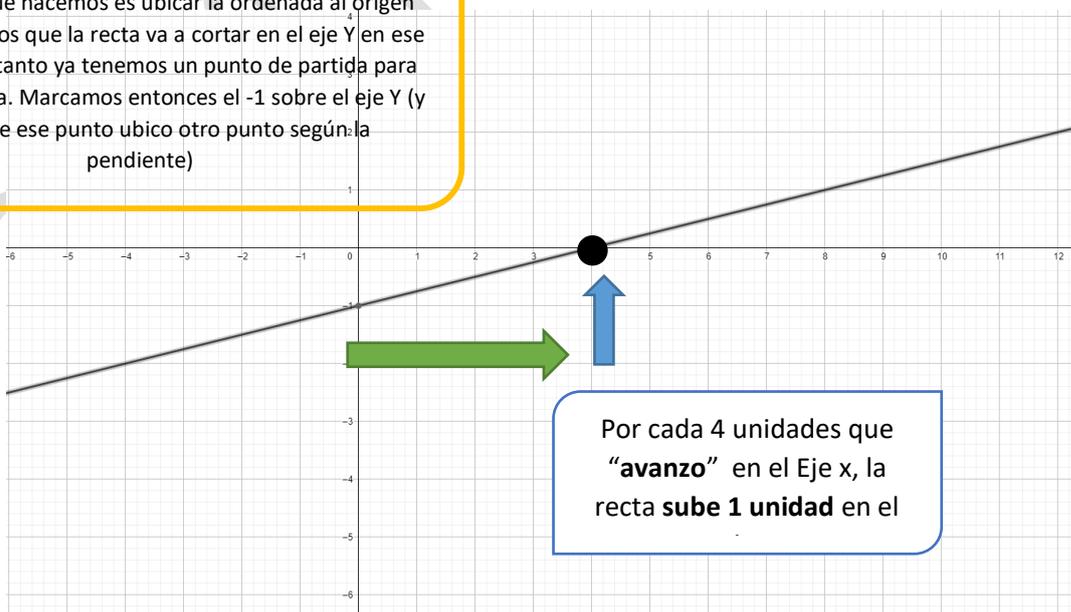
(Nota: nosotros continuaremos estudiando esta función en ejes de dos dimensiones “como la primera”, pero es bueno conocer también un poco más de la Matemática y su entorno), por ejemplo Si Ud. caminara por la calle y de pronto se encontrará con una recta sería una gran pared que pasa por su costado infinitamente, ese sería su función afín.



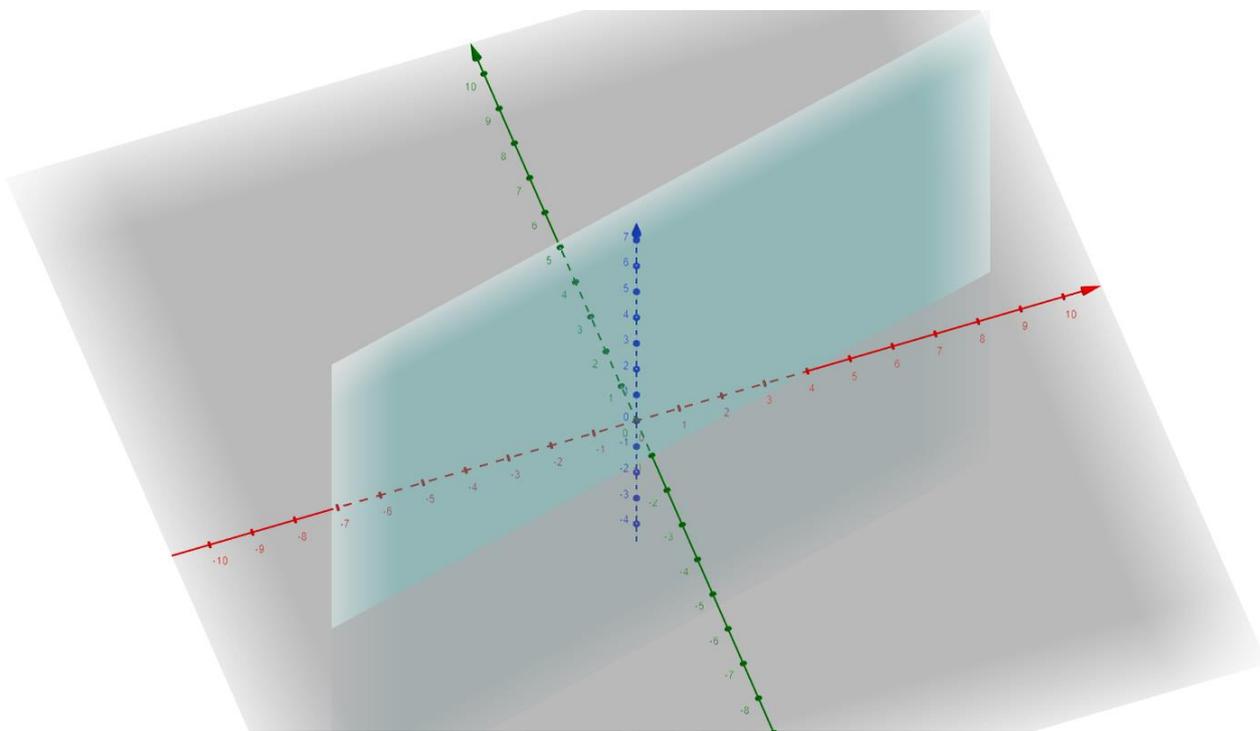
La pendiente: este valor lo que nos indica es la inclinación de la recta (en la formula general la expresamos como "a"), veamos como graficar una recta a partir de su pendiente.

Ejemplo grafiquemos la recta: $y = \frac{1}{4}x - 1$

Lo primero que hacemos es ubicar la ordenada al origen porque sabemos que la recta va a cortar en el eje Y en ese punto, por lo tanto ya tenemos un punto de partida para graficar la recta. Marcamos entonces el -1 sobre el eje Y (y a partir de ese punto ubicamos otro punto según la pendiente)



Esa misma recta se vería así en un realidad 3D, (pero nosotros continuaremos trabajando en dos dimensiones como la primera).



Para graficar una recta pueden utilizar el método que acabamos de ver (en el cuadrado amarillo) o bien, la tabla de valores que aprendieron en años anteriores.

Representación gráfica de una función lineal dada la forma explícita.

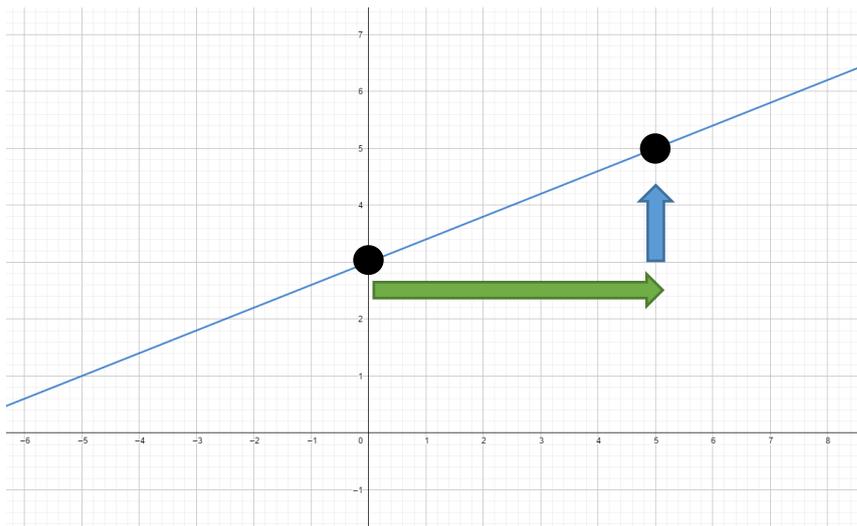
Reiteremos: para graficar una función, se debe marcar primero la ordenada al origen (b) y a partir de ella, marcar un segundo punto que se ubica según la información brindada por la pendiente (m).

$$m = \frac{\Delta y \text{ (indica desplazamiento vertical)}}{\Delta x \text{ (indica desplazamiento horizontal)}}$$

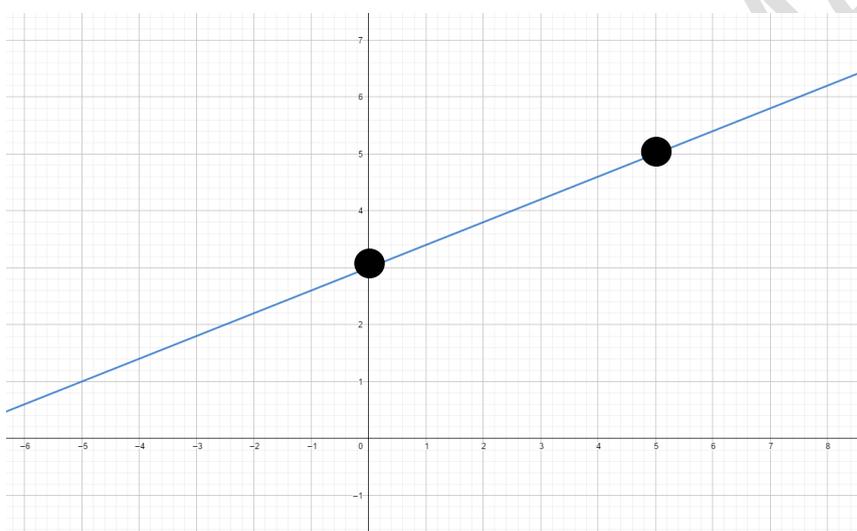
Veamos esto en acción:

Ejemplo:

grafiquemos la recta: $y = \frac{2}{5}x + 3$



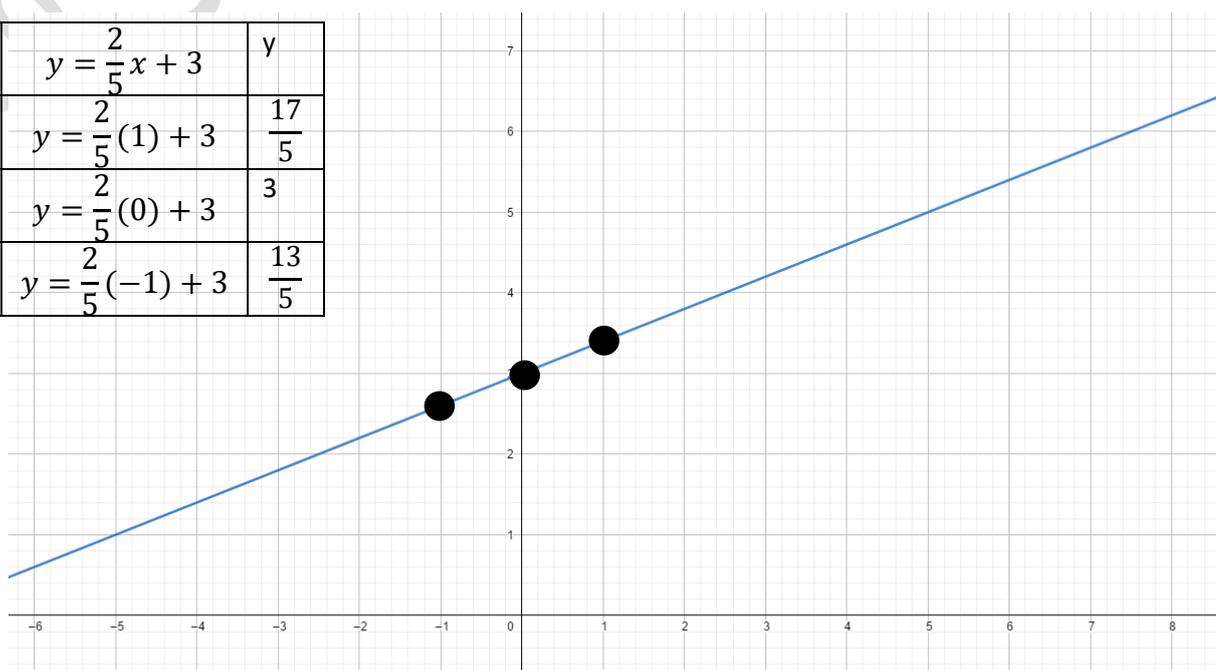
Por supuesto, las flechas no graficaremos, sino lo puntos y la recta, quedándonos resuelto de a siguiente manera.



Método Tabla de valores

grafiquemos la recta: $y = \frac{2}{5}x + 3$

x	$y = \frac{2}{5}x + 3$	y
1	$y = \frac{2}{5}(1) + 3$	$\frac{17}{5}$
0	$y = \frac{2}{5}(0) + 3$	3
-1	$y = \frac{2}{5}(-1) + 3$	$\frac{13}{5}$



Actividad

Graficar las siguientes funciones en su carpeta según el método que Ud. elija.

Ejercicios:

$$1) y = -3x - 5$$

$$2) y = 2x - 3$$

$$3) y = \frac{1}{3}x + 1$$

$$4) y = \frac{2}{5}x + 3$$

$$5) y = \frac{3}{5}x + 5$$

$$6) y = \frac{2}{7}x - 2$$

Estas y Todas actividades deben ser enviadas por cualquiera de estos medios de comunicación:

WhatsApp: 3874623905

E-mail: ismaelcory@gmail.com o bien a ismael_cory@hotmail.com

Los videos tutoriales propios de la clase están levantados en:

Google Classrom código: xpz2qc7

O bien pueden ver tutoriales alternativos en la página web de la materia

www.miaula.tech

Calculo de la ecuación de la recta

La fórmula para hallar la ecuación de una recta, dada su pendiente (m) y un punto perteneciente a la misma (x ; y) es la siguiente $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$.

Ejemplo de un ejercicio

Recta con pendiente m y pasa por un punto

La ecuación explícita de una recta cuya pendiente es m=5 y pasa por el punto (1 ; 2) es:

$$y - 2 = 5 \cdot (x - 1)$$

$$y - 2 = 5x - 5$$

$$y = 5x - 5 + 2$$

$$y = 5x - 3$$

De esta forma hallamos la ecuación explícita de la recta la cual es :

$$y = 5x - 3$$

Actividad

Escriba la ecuación explícita de la recta de pendiente de pendiente m y pasa por un punto.

- 1) $m = 2$ punto $(1; 4)$
- 2) $m = 3$ punto $(2; 5)$
- 3) $m = 1$ punto $(2; 4)$

Recta que pasa por dos puntos

La fórmula para hallar la ecuación de una recta, dado dos puntos pertenecientes a ella $(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$ es la siguiente:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

La ecuación explícita de una recta que pasa por los dos puntos $(2; 5)$ y $(-2; 3)$ es:

$(2; 5)$ y $(-2; 3)$



$(x_1; y_1)$ y $(x_2; y_2)$

$$\frac{y - 5}{3 - 5} = \frac{x - 2}{-2 - 2}$$

$$\frac{y - 5}{-2} = \frac{x - 2}{-4}$$

$$-4(y - 5) = -2(x - 2)$$

$$-4y + 20 = -2x + 4$$

$$-4y = -2x + 4 - 20$$

$$-4y = -2x - 16$$

$$-4y = -2x - 16$$

$$y = (-2x - 16) : -4$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

Actividad

Escriban la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos

- 1) $q = (2; -2)$ y $t = (4; -5)$
- 2) $q = (-1; -2)$ y $t = (6; 5)$
- 3) $q = (5; 0)$ y $t = (0; 3)$

Hallar la recta que pasa por el punto $P=(-2,0)$ y que es perpendicular a la recta $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Perpendicularidad Y Paralelismo

Como mencionamos anteriormente, los ejercicios lo resolveremos en ejes cartesianos de dos dimensiones. Y en estas instancias estudiaremos la perpendicularidad y el paralelismo entre dos rectas, para ellos primero veamos:

Condiciones de perpendicularidad y paralelismo

Bueno como ya vimos la inclinación de la recta depende del valor que tome la pendiente "a", veamos ahora que ocurre con "a" en los casos de que la recta sea perpendicular o paralelas.

Primero veamos que son rectas paralelas y perpendiculares:

- Rectas paralelas: son rectas que no se cortan nunca (o se dice que cortan en el infinito)
- Rectas perpendiculares: son rectas que se cortan formando 4 ángulos de 90°, (ósea formando una cruz)

Visto esto, podemos comenzar a imaginarnos que va a suceder con las rectas paralelas, en las que, si no se cortan nunca, entonces, es porque tendrán la misma inclinación. Y si son rectas perpendiculares tendrán pendientes opuestas.

A continuación, veremos los conceptos de paralelismo y perpendicularidad expresado simbólicamente en función de las pendientes y con ejemplos ilustrativos.

Rectas Paralelas

Como ya habíamos adelantado, para que dos rectas sean paralelas, **las pendientes deben ser iguales.**

En símbolos

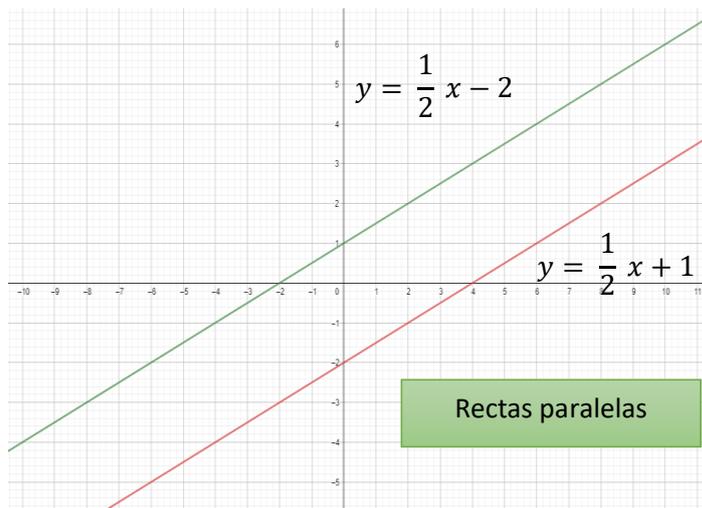
Dadas las rectas $\begin{cases} y_1 = a_1 x + b_1 \\ y_2 = a_2 x + b_2 \end{cases}$  las rectas y_1 e y_2 son paralelas si solo si,

$$a_1 = a_2$$

O sea que para que sean paralelas, las pendientes tienen que ser iguales

Veamos un ejemplo graficado

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{cases} \text{ tiene ambas pendiente} = \frac{1}{2}$$



Rectas Perpendiculares

El caso de las rectas perpendiculares es un poco más difícil de ver, pero quiero que quede claro que no hay duda que esta condición dependerá de las pendientes de las rectas, ya que las mismas son las que definen la inclinación relativa de las rectas respecto del eje "x"

Veamos entonces cual debe ser la relación entre las pendientes para que dos rectas sean perpendiculares:

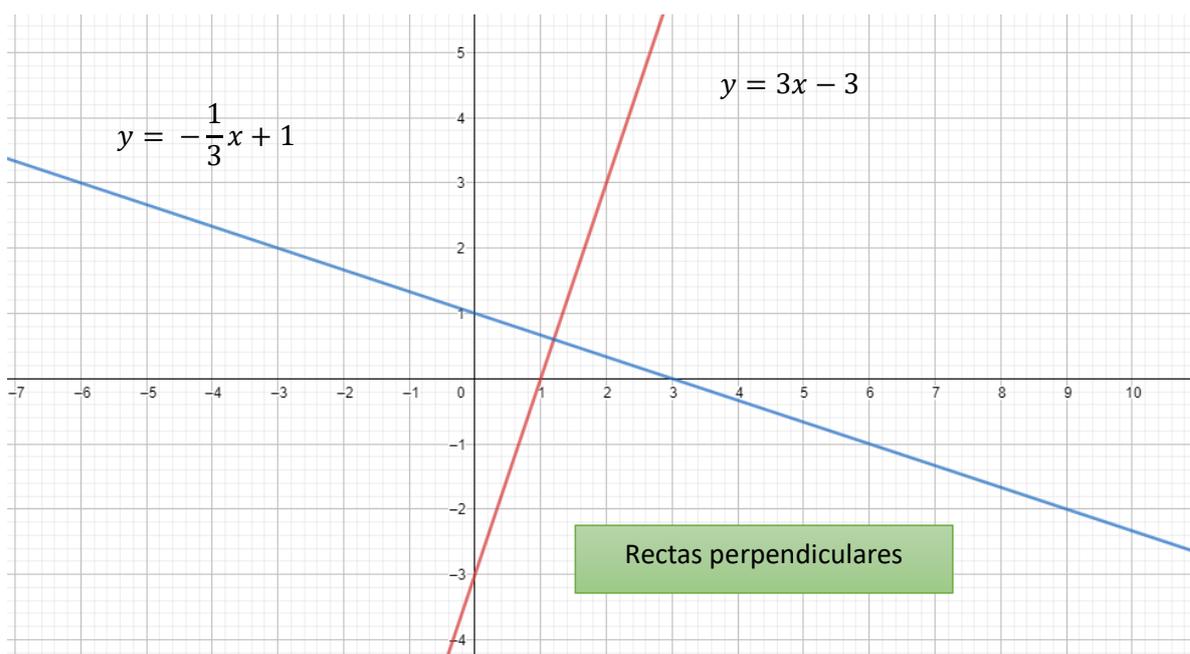
Dadas las rectas $\begin{cases} y_1 = a_1 x + b_1 \\ y_2 = a_2 x + b_2 \end{cases}$  las rectas y_1 e y_2 son paralelas si solo si,

$$a_2 = -\frac{1}{a_1}$$

O sea que para que sean perpendiculares las pendientes tienen que ser inversas y opuestas

Veamos un ejemplo graficado

$$\left. \begin{cases} y = 3x - 3 \\ y = -\frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \right\} 3 \text{ y } -\frac{1}{3} \text{ son inversas y opuestas}$$



Actividad

Representar las rectas a, b y c y determinar si son paralelas (o perpendiculares) dos a dos.

$$a: y = -3x + 5$$

$$b: y = x/3 + 2$$

$$c: y = -3x + 1$$

Estas y Todas actividades deben ser enviadas por cualquiera de estos medios de comunicación:

WhatsApp: 3874623905

E-mail: ismaelcory@gmail.com o bien a ismael_cory@hotmail.com

Los videos tutoriales propios de la clase están levantados en:

Google Classrom código: xpz2qc7

O bien pueden ver tutoriales alternativos en la página web de la materia

www.miaula.tech